Rigidez Informacional, Racionalidade Limitada e Comportamento Adaptativo: Um Modelo Evolucionário de Ajustamento Nominal

Jaylson Jair da Silveira
Departamento de Ciências Econômicas – UFSC
jaylson.silveira@gmail.com

&

Gilberto Tadeu Lima
Departamento de Economia – FEA-USP
giltadeu@usp.br

Resumo: Investigamos o comportamento do nível de preços em uma economia na qual uma firma pode pagar um custo para atualizar seu conjunto informacional e fixar seu preço ótimo (estratégia Nash) ou usar livremente informações conhecidas no período anterior e fixar um preço sub-ótimo (estratégia de racionalidade limitada). Elaboramos um jogo evolucionário em tempo discreto que, ao interagir com a dinâmica das variáveis agregadas, determina a co-evolução da distribuição de estratégias e do grau de completude do ajustamento nominal do nível de preços. No equilíbrio evolucionário que emerge no longo prazo, embora a estratégia Nash não sobreviva, a moeda é neutra.

Palavras-chave: rigidez informacional; racionalidade limitada; comportamento adaptativo; dinâmica evolucionária; neutralidade monetária.

Abstract: We investigate the behavior of the price level in an economy in which a firm can either pay a cost to update its information set and establish the optimal price (Nash strategy) or freely use information from the previous period and then set a suboptimal price (bounded rationality strategy). We develop an evolutionary game in discrete time that, by interacting to the dynamics of the aggregate variables, determines the co-evolution of the distribution of strategies across firms and the degree of completeness of the nominal adjustment of the price level. In the evolutionary equilibrium that emerges in the long run, though the Nash strategy does not survive, money is neutral.

Keywords: informational rigidity; bounded rationality; adaptive behavior; evolutionary dynamics; money neutrality.

Classificação JEL: C73; D43; D83.

Classificação Anpec: Área 7 – Microeconomia, métodos quantitativos e finanças.

I. Introdução

Existem evidências empíricas robustas de que o sistema de preços é relativamente rígido, não tendo a flexibilidade necessária para garantir o ajustamento nominal completo e imediato do nível de preços a um choque monetário. Os reajustes de preços não apenas são pouco freqüentes, mas, inclusive, são marcados por uma considerável heterogeneidade setorial (Taylor 1999, Bils & Klenow 2004).[1] Além dessas características, Álvarez *et al.* (2006) detectaram, para a área do euro, a coexistência de dois tipos de formadores de preços no que diz respeito ao horizonte temporal de consideração, os voltados para frente (*forward looking*) e os voltados para trás (*backward looking*). Nakamura & Steinsson (2008), por sua vez, concluem que estimativas que excluem preços promocionais, que tendem a voltar ao seu nível anterior com certa rapidez, revelam uma duração média ainda maior – e, portanto, uma freqüência de reajuste ainda menor – dos preços individuais. De fato, empregando dados norte-americanos, esses autores detectam durações de preço médias (de 8 a 11 meses) que são superiores àquelas que haviam sido encontradas em vários estudos anteriores.

Partindo dessas evidências, o artigo utiliza a abordagem de jogos evolucionários para elaborar um modelo evolucionário de uma economia com concorrência monopolística, na qual cada firma pode escolher pagar um custo para atualizar seu conjunto informacional e, conseqüentemente, fixar seu preço ótimo (estratégia Nash) ou usar, sem custo, apenas as informações do período anterior e buscar fixar um preço o mais próximo possível do ótimo (estratégia de racionalidade limitada), incorrendo, porém, em perdas de lucro aleatórias. Por outro lado, essa distribuição de estratégias co-evolui com as variáveis macroeconômicas de cuja determinação ela participa. Demonstramos que a extinção da estratégia de racionalidade limitada *não* é condição necessária para a neutralidade monetária. Em verdade, no equilíbrio evolucionário que emerge no longo prazo, embora ocorra extinção da estratégia de Nash, a moeda é neutra.

O restante do artigo está assim organizado. Na próxima seção contextualizamos a inserção do artigo na literatura correspondente, elaboramos um modelo de determinação do nível geral de preços a partir da atuação de firmas heterogêneas e derivamos uma dinâmica evolucionária para a análise de equilíbrio da distribuição de estratégias de fixação de preços que é desenvolvida na seção seguinte. Esta última análise é acompanhada da investigação do correspondente grau de completude do ajustamento nominal do nível geral de preços. Breves considerações finais encerram o artigo.

II. Dinâmica Evolucionária

O presente artigo interage com – e pretende contribuir para – a literatura recente sobre microfundamentos do estabelecimento de preços sob condições de imperfeição informacional, racionalidade limitada e comportamento adaptativo. Mankiw & Reis (2002), por exemplo, desenvolvem um modelo dinâmico de ajustamento de preços baseado no suposto de que a informação não se dissemina instantaneamente na população

[1] Dado o objetivo do presente artigo, vale reportar a seguinte observação de Taylor (1999): "One might hope that a model with homogeneous 'representative' price setting would be a good approximation to this more complex world, but most likely some degree of heterogeneity will be required to describe reality accurately" (p. 1020-21). No modelo desenvolvido a seguir, vale antecipar, a heterogeneidade de comportamento na fixação de preço é um elemento essencial.

de agentes. Embora os agentes sejam racionais, a existência de custos de aquisição de informação faz com que a difusão de informações a respeito das condições macroeconômicas seja lenta. Posto que, na presença desses custos, os preços, embora estejam sempre variando, nem sempre são estabelecidos com base em todas as informações existentes, os autores denominam sua contribuição de *modelo de informação rígida* ao invés de *modelo de preço rígido*. Os autores supõem que, a cada período, uma fração da população, determinada com base no modelo de reajuste aleatório de Calvo (1983), atualiza seu conjunto informacional sobre o estado da economia e computa o preço ótimo. O restante da população, por sua vez, continua a estabelecer preços com base no conjunto informacional desatualizado.

Carroll (2006), por sua vez, propõe uma abordagem da formação de expectativas com base na epidemiologia. O autor supõe que apenas um pequeno conjunto de agentes (previsores profissionais plenamente racionais) formula suas próprias expectativas, as quais se espalham na população através da mídia. Entretanto, nem todos os demais agentes dedicam atenção constante à mídia, mas absorvem o conteúdo econômico das notícias de forma probabilística, de uma maneira análoga à difusão de uma doença na população. Segundo o autor, enquanto Mankiw & Reis (2002) não fornecem microfundamentos para seu suposto de custos informacionais, seu modelo fornece uma microfundamentação explícita, baseada em modelos epidemiológicos, para uma equação expectacional agregada.

Outra contribuição nessa linha foi desenvolvida por Woodford (2003), que se baseia no suposto de que os agentes têm uma capacidade limitada de absorção de informação. Uma vez que os formadores de preços aprendem sobre a política monetária através desse canal de informação limitada, é como se obervassem a política monetária com um erro aleatório e, assim, tivessem que resolver um problema de extração de sinal à Lucas (1973). Portanto, uma diferença chave entre as contribuições de Mankiw & Reis (2002) e de Woodford (2003) é que, nesta última, os agentes recebem a cada período um sinal com ruído sobre a política monetária, enquanto na primeira os agentes adquirem informação perfeita sobre a política monetária em um dado período com certa probabilidade.

Já na linha de abordagens evolucionárias para as quais o modelo desenvolvido neste artigo pretende contribuir mais diretamente, duas elaborações merecem referência. A primeira delas é a contribuição de Bonomo, Carrasco & Moreira (2003), que fazem uso do arcabouço de jogos evolucionários para analisar os custos de produto associados a uma desinflação, sendo esta concebida como a transição entre dois equilíbrios estacionários. Na seqüência de uma contração monetária, uma fração dos agentes passa imediatamente a adotar o novo preço ótimo, correspondente ao novo equilíbrio de expectativas racionais, enquanto a fração restante continua a adotar a estratégia que era ótima para o comportamento monetário anterior. Porém, esse afastamento tem um custo que é proporcional à fração de agentes que passou a estabelecer seus preços conforme o novo comportamento monetário, com que uma dinâmica evolucionária de revisão de estratégias, a chamada dinâmica de replicação, faz com que essa fração complementar que continua a adotar a estratégia anterior tenda a desaparecer assintoticamente. Logo, a população de agentes convergirá para o novo equilíbrio estacionário de expectativas racionais, ou seja, todos os agentes virão a adotar a estratégia Nash.

A segunda contribuição evolucionária que merece referência é a elaborada por Saint-Paul (2005), que analisa em que medida, se alguma, uma estratégia rígida de estabelecimento de preço se desenvolve como um resultado de equilíbrio em uma economia habitada por agentes imperfeitamente racionais.[2] Supõe-se que esses agentes não são capazes de adotar a regra de formação de preço ótima, tendo que experimentar regras de bolso. Contudo, uma vez que esses há substituição de regras que geram um *payoff* baixo por regras que geram um *payoff* elevado, coloca-se a possibilidade de convergência para um equilíbrio de expectativas racionais. Um ingrediente essencial do modelo é uma modalidade de interação local, que é uma externalidade produtiva local que implica que a função *payoff* de uma firma depende do preço escolhido por uma firma contígua. Saint-Paul (2005) demonstra, então, que embora a estratégia plenamente racional esteja entre aquelas que podem ser seguidas pelos agentes, para um intervalo de parâmetros a economia não converge para o equilíbrio correspondente. A economia converge para um equilíbrio ao qual o nível geral de preços não reage na mesma proporção a choques monetários, embora a moeda seja aproximadamente neutra no longo prazo quando a auto-correlação dos choques monetários é alta. A economia também converge para o equilíbrio de expectativas racionais quando deixa de existir interação local entre as firmas.

Assim, o modelo aqui desenvolvido compartilha com Bonomo, Carrasco & Moreira (2003) e Saint-Paul (2005) a tentativa de derivação do ajustamento nominal (in)completo a partir de princípios evolucionários. Como em Bonomo, Carrasco & Moreira (2003) utilizamos o arcabouço da teoria dos jogos evolucionários. Todavia, há três inovações principais com relação a este trabalho. Uma delas é que, enquanto esses autores utilizam, como representação do processo de aprendizagem subjacente, uma dinâmica de replicação, nós utilizamos uma *dinâmica de seleção* derivada explicitamente da suposição de que o custo de atualização do conjunto informacional é uma variável aleatória. Outra inovação é que não concebemos a informação requerida para a fixação do preço ótimo como algo que está disponível livremente, ou seja, havendo um custo para adquiri-la. Como veremos, porém, a extinção da estratégia de não pagar esse custo não é uma condição necessária para que o preço ótimo seja estabelecido por todas as firmas, já que as firmas que não o pagam podem vir a praticar o preço ótimo por aprendizado via atualização sem custo, porém defasada, do conjunto informacional. Em terceiro lugar, o presente artigo deriva efeitos de variações monetárias tanto em termos analíticos como de simulação computacional. Já Saint-Paul (2005) deriva todos os seus resultados por meio de simulações numéricas. Muito embora essa metodologia permita a consideração de uma gama extensa de regras de determinação de preços e a investigação dos efeitos da interação local entre os agentes e de um processo específico para a realização monetária, um AR(1), não há garantia de suficiente generalidade dos resultados. No modelo que segue, por sua vez, utilizamos a estratégia de modelagem padrão baseada em equações diferenciais ordinárias e deduzimos resultados igualmente por meio da análise qualitativa do diagrama de fase da dinâmica evolucionária e da linearização em torno do(s) equilíbrio(s). Ademais, replicamos, por meio de simulação computacional, evidências empíricas robustas em relação ao padrão de resposta do produto e do nível de preços a um choque monetário – além de derivarmos analiticamente proposições empiricamente

[2] Embora o autor anuncie que seu artigo é o primeiro a lidar com rigidez do nível de preço com base em um arcabouço de evolução e aprendizado adaptativo, vale fazer referência a Bonomo, Carrasco e Moreira (2003).

testáveis do padrão de resposta da distribuição de estratégias de fixação de preço a esse mesmo choque.

Passemos ao modelo aqui desenvolvido. Ball & Romer (1991) estudam a rigidez nominal de preços oriunda de falhas de coordenação (complementaridade estratégica) em uma economia com concorrência monopolística composta por um *continuum* de firmas. Este cenário foi tomado de Ball & Romer (1989), no qual os autores trabalharam com uma população finita de firmas. Ambas as versões, embora baseadas em Blanchard & Kiyotaki (1987), diferem deste último modelo pela supressão do mercado de trabalho, ou seja, Ball & Romer (1989, 1991) supõem que a economia é formada por "yeoman farmers" que vendem os bens produzidos pelo seu próprio trabalho. Em Ball & Romer (1989, 1991) a moeda é introduzida formalmente no modelo supondo que esta é um meio de troca necessário para as transações, o que torna possível utilizar a oferta monetária como uma aproximação de uma variação na demanda agregada nominal. Tomaremos como base o modelo de Ball & Romer (1991), não só pelo seu foco restrito ao mercado de bens, mas também devido ao uso da premissa de um *continuum* de firmas, estrutura mais apropriada para a modelagem de jogos evolucionários que propomos adiante. Como mencionaremos a seguir, porém, há diferenças significativas entre nossa estratégia de formalização e aquela adotada em Ball & Romer (1989, 1991).

A cada período $t \in \{0,1,2,\dots\}$ há uma fração λ_t da população de firmas que incorre em um custo para obter as informações necessárias para estabelecer o preço ótimo, e essas firmas serão denominadas daqui em diante *firmas Nash*. A fração restante, $1-\lambda_t$, estabelece seu preço sem conhecer todos os preços da economia, ou seja, são *firmas de racionalidade limitada*, pois decidiram não pagar o custo necessário para conhecer plenamente a estrutura de preços relativos.[3]

Em tal economia, o nível geral de preços no período *t*, P_t, pode ser estabelecido como a média geométrica dos preços praticados no mesmo período pelas firmas Nash, $P_{n,t}$, e o preço estabelecido pelas firmas de racionalidade limitada, $P_{b,t}$, ou seja:[4]

[3] Vale reportar a observação de Mankiw & Reis (2002) sobre microfundamentos do ajustamento nominal incompleto: "In the end, microfoundations for the Phillips curve may require a better understanding of bounded rationality" (p. 1317). Sua conclusão final é sugestiva: "Yet we must admit that information processing is more complex than the time-contingent adjustment assumed here. Models of bounded rationality are notoriously difficult, but it seems clear that when circumstances change in large and obvious ways, people alter the mental resources they devote to learning and thinking about the new aspects of the world. Developing better models of how quickly people incorporate information about monetary policy into their plans, and why their response is faster at some times than others, may prove a fruitful avenue for future research on inflation-output dynamics (p. 1319). Um elemento essencial do modelo aqui desenvolvido é um comportamento de racionalidade limitada que não se caracteriza pela sujeição a uma regra mecânica de atualização do conjunto informacional, como é o caso do modelo de Mankiw & Reis (2002), que adotam uma especificação aleatória à Calvo (1983). Aqui, a decisão de reajuste é tomada continuamente com base em considerações de benefícios líquidos (de custo) esperados.

[4] Com efeito, considere a definição do nível geral de preços de Ball & Romer (1991, p. 541, eq. 6):

$$P = \left[\int_0^1 P_j^{1-\varepsilon} dj \right]^{1/(1-\varepsilon)}.$$

Esta fórmula pode ser reescrita como segue:

$$P = e^{1/(1-\varepsilon)\ln\left[\int_0^1 P_j^{1-\varepsilon} dj\right]}.$$

(1) $$P_t = P_{n,t}^{\lambda_t} P_{b,t}^{1-\lambda_t} ,$$

Tomando como referência Ball & Romer (1991, p. 542, eq. 11), os preços relativos ótimos estabelecidos por cada tipo de agente podem ser expressos como segue:

(2) $$P_{n,t} = P_t^{\phi} M_t^{1-\phi} ,$$

(3) $$P_{b,t} = P_{t-1}^{\phi} M_t^{1-\phi} ,$$

nos quais o expoente $\phi \in (0,1)$ é uma constante que representa a elasticidade do preço fixado por cada tipo de firma com relação ao preço agregado *observado*.[5] Com a forma funcional da função utilidade utilizada por Ball & Romer (1991, p. 540, eq. 1), esse parâmetro depende positivamente da elasticidade de substituição entre dois bens quaisquer e negativamente da taxa de variação da desutilidade marginal do trabalho. Cabe destacar, que o preço fixado por cada firma depende do estoque nominal de moeda M_t no período *t*, bem como do nível geral de preços em *t* previsto pelas firmas no início deste período, que é o próprio P_t para as firmas Nash e P_{t-1} para as firmas de racionalidade limitada. Logo, enquanto em Ball & Romer (1989, 1991) a estratégia de racionalidade limitada significa fixar o preço praticado no período anterior, aqui essa estratégia significa fixar o preço ótimo condicionado ao nível geral de preços desatualizado, P_{t-1}.

A partir das premissas (1)-(3) podemos expressar o índice geral de preços e o preço fixado pelas firmas Nash como segue:

(4) $$P_t = [P_{t-1}^{\phi(1-\lambda_t)} M_t^{1-\phi}]^{\xi(\lambda_t)} ,$$

(5) $$P_{n,t} = [P_{t-1}^{\phi^2(1-\lambda_t)} M_t^{(1-\phi)(1+\phi(1-\lambda_t))}]^{\xi(\lambda_t)} ,$$

em que $\xi(\lambda_t) \equiv 1/(1-\phi\lambda_t)$. Para uma dada distribuição das estratégias no período *t*, ou seja, para um dado λ_t, os preços fixados pelas firmas de ambos os tipos, bem como o índice geral de preços, ficam determinados por (3), (4) e (5). Em particular, (5) pode ser vista como a função de melhor resposta das firmas Nash em um jogo no estágio (período) *t* no qual a fração $1-\lambda_t$ de firmas de racionalidade limitada "contamina" (no sentido empregado por Droste, Hommes & Tuinstra 2002, p. 244) o jogo não atualizando seus conjuntos de informação.

Cabe notar que $\ln\left(\int_0^1 P_j^{1-\varepsilon} dj\right) = \int_0^1 \ln P_j^{1-\varepsilon} dj$, pois cada preço P_j, $j \in [0,1]$, é uma constante em um dado período. Assim, $P = e^{1/(1-\varepsilon)\int_0^1 (1-\varepsilon)\ln P_j dj} = e^{\int_0^1 \ln P_j dj}$.

Esta última expressão é a média geométrica dos preços. Em nosso modelo $P_j = P_n$ para todo $j \in [0,\lambda]$ e $P_j = P_b$ para todo $j \in [\lambda,1]$, sendo λ a proporção de agentes Nash em um dado período. Portanto, segue-se que $P = e^{\int_0^1 \ln P_j dj} = e^{\int_0^\lambda \ln P_n dj + \int_\lambda^1 \ln P_b dj} = e^{(\lambda \ln P_n)+[(1-\lambda)\ln P_b]} = P_n^{\lambda} P_b^{1-\lambda}$.

[5] No caso das firmas Nash, o preço fixado a cada período $P_{n,t}$ é o ótimo usual, ou seja, a escolha ótima condicionada ao nível geral de preços atualizado P_t. No caso das firmas de racionalidade limitada, o preço fixado $P_{b,t}$ é o ótimo condicionado ao nível geral de preços desatualizado P_{t-1}.

As firmas incorrem em perdas ao não estabelecerem otimamente seus preços. Em cada período *t*, a média destas perdas $L_{b,t}$ pode ser tomada como uma função quadrática do desvio do preço $P_{b,t}$ com relação ao preço ótimo $P_{n,t}$. Assim, usando (3) e (5), a perda média das firmas de racionalidade limitada pode ser expressa como segue:

(6) $$L_{b,t} = -\beta(P_{b,t} - P_{n,t})^2 = -\beta\{P_{t-1}^{\phi} M_t^{1-\phi} - [P_{t-1}^{\phi^2(1-\lambda_t)} M_t^{(1-\phi)(1+\phi(1-\lambda_t))}]^{\xi(\lambda_t)}\}^2,$$

na qual $\beta > 0$ é uma constante. Para o que segue será conveniente expressar a perda média (6) como uma função de P_t ao invés de P_{t-1}, para isto basta isolar esta última variável em (4) e substituir em (6), o que resulta em:

(6-a) $$L_{b,t} = -\beta\left(P_t^{\phi} M_t^{1-\phi}\right)^2 \left[\left(\frac{P_t}{M_t}\right)^{\frac{1-\phi}{1-\lambda_t}} - 1\right]^2 \equiv L_b(\lambda_t, P_t).$$

As perdas efetivas das firmas que adotam tal estratégia se distribuem simetricamente em torno desta média, de maneira que a perda da *i*-ésima firma de racionalidade limitada pode ser expressa como:

(7) $$L_{b,t}^i = L_b(\lambda_t, P_t) + \varepsilon_i,$$

na qual ε_i é uma variável aleatória com distribuição de probabilidade normal com média zero e variância σ^2, ou seja, $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$. Tal variável capta as especificidades do processo de formação de preços de cada firma. Como, por hipótese, $E[\varepsilon_i] = 0$, segue que $E[L_{b,t}^i] = L_b(\lambda_t, P_t)$ em cada $t \in \{0,1,2,\ldots\}$. A perda média (6-a), então, é o *payoff* médio da população de firmas que adotaram a estratégia de *não incorrer no custo de atualização do conjunto informacional* no período *t*.

Por sua vez, as firmas Nash, por adotarem o preço ótimo, não incorrem em perda por desviarem deste preço. Entretanto, para encontrarem o preço ótimo, arcam com um custo de prever perfeitamente o nível geral de preços. Esta previsão perfeita demanda o conhecimento da distribuição das regras de fixação de preços na população de firmas, portanto o custo de informação é gerado pela heterogeneidade de comportamento das firmas. Suporemos que este custo é fixo em seu total, independendo da proporção de firmas que o pagam. Todavia, o custo por firma em um determinado período *t* depende do total de firmas que optaram pela estratégia Nash naquele período. Em outros termos, quanto maior o número de firmas para ratear o custo total de levantar a distribuição de estratégias de fixação de preços na economia em um dado período *t*, menor o custo desta informação por firma Nash naquele período. Formalmente, podemos captar esse efeito escala supondo que o custo médio (por firma) de inferir perfeitamente o nível geral de preços é uma função continuamente diferenciável da proporção de firmas que adotam a estratégia Nash, $c_t = c(\lambda_t)$, tal que $c(\lambda_t) > 0$ e $c'(\lambda_t) < 0$ para todo $\lambda_t \in (0,1)$. Suporemos que este custo pago no período *t* constitui a média das perdas das firmas Nash neste mesmo período, de maneira que as perdas efetivas das firmas Nash se distribuem em torno desta média, ou seja, a perda da *j*-ésima firma Nash, $L_{n,t}^j$, pode ser expressa como:

(8) $$L_{n,t}^j = -c(\lambda_t) + \varepsilon_j.$$

Novamente, supomos que $\varepsilon_j \sim N(0,\sigma^2)$, de forma que para qualquer $t \in \{0,1,2,\ldots\}$ o *payoff* esperado de um agente tomado ao acaso que adotou a estratégia de *incorrer no custo de atualização do conjunto informacional* é $E[L^i_{n,t}] = -c(\lambda_t)$.[6]

Os fluxos das firmas entre as duas estratégias de fixação de preços podem ser obtidos estabelecendo as taxas de revisão das estratégias por unidade de tempo e as probabilidades de escolha das firmas revisoras (Weibull, 1995, p. 152). Admitiremos que todas as firmas reavaliam suas estratégias na transição entre períodos, de forma que as taxas de revisão por unidade de tempo são iguais a um. Isto não significa que todas as firmas de fato ajustarão seus preços, a proporção daquelas que o farão dependerá do estado da economia. Em outras palavras, trabalhamos em um cenário *state-dependent pricing*. Estabelecida a taxa de revisão das firmas resta, então, determinar as probabilidades de escolha.

Admita que cada firma de racionalidade limitada compara a cada período sua perda com a incorrida por outra firma escolhida aleatoriamente, segundo uma distribuição de probabilidade uniforme. A probabilidade da comparação ser feita com uma firma que escolheu a estratégia alternativa é igual a λ_t. O número (medida) de firmas de racionalidade limitada que *potencialmente* podem tornar-se uma firma Nash em $t+1$ é, então, igual ao número de firmas de racionalidade limitada em *t* vezes a probabilidade de encontrar uma firma Nash no final deste período, ou seja, $(1-\lambda_t)\lambda_t$.

Uma firma *i* de racionalidade limitada que compara sua perda efetiva com a perda efetiva de uma firma *j* Nash passará a adotar a estratégia desta última se, e somente se, $L^i_{b,t} = L_b(\lambda_t, P_t) + \varepsilon_i < -c(\lambda_t) + \varepsilon_j = L^j_{n,t}$ ou, de modo equivalente, $\varepsilon_i - \varepsilon_j < -c(\lambda_t) - L_b(\lambda_t, P_t)$. A variável aleatória $\varepsilon_i - \varepsilon_j$ também é normalmente distribuída, mais precisamente[7] $\varepsilon_i - \varepsilon_j \sim N(0, 2\sigma^2)$. Seja $G:\Re \to [0,1]$ a distribuição de

---

[6] Note que estamos supondo que as especificidades do processo de formação de preços de um firma não é afetada pela estratégia adotada por ela quanto à atualização do conjunto informacional (seu tipo) nem pela distribuição das estratégias na economia (fração λ_t).

[7] Como as especificidades das firmas relativas ao processo de fixação de preços são, por hipótese, variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas com distribuição normal, média zero e variância constante, segue que a função densidade de probabilidade de $\varepsilon = \varepsilon_i - \varepsilon_j$, com $i \neq j$, pode ser obtida como segue:

$$g(\varepsilon) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon_i}{\sigma}\right)^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon_i - \varepsilon}{\sigma}\right)^2} d\varepsilon_i = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{1}{4}\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right)^2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{\sigma^2}\left(\varepsilon_i - \frac{\varepsilon}{2}\right)^2} d\varepsilon_i .$$

Fazendo $u = \sqrt{2}\left(\varepsilon_i - \frac{\varepsilon}{2}\right)$, então $\varepsilon_i - \frac{\varepsilon}{2} = \frac{u}{\sqrt{2}}$ e $du = \sqrt{2}d\varepsilon_i$. Logo,

$$g(\varepsilon) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{1}{4}\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right)^2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{u}{\sigma}\right)^2} \frac{du}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{2}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{u}{\sigma}\right)^2} du .$$

Como $\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{u}{\sigma}\right)^2} du = 1$, segue que:

probabilidade acumulada da variável aleatória $\varepsilon_i - \varepsilon_j$. A probabilidade de que a mudança de estratégia da firma *i* de racionalidade limitada ocorra é, então, dada por $G(-c(\lambda_t) - L_b(\lambda_t, P_t))$.

Em suma, a probabilidade de uma firma de racionalidade limitada tornar-se uma revisora em potencial é λ_t e a probabilidade de uma firma revisora em potencial deste tipo mudar de estratégia é $G(-c(\lambda_t) - L_b(\lambda_t, P_t))$. Supondo que estes eventos sejam estatisticamente independentes, o produto de suas probabilidades nos fornece a probabilidade de uma firma de racionalidade limitada tornar-se uma firma Nash, a saber, $\lambda_t G(-c(\lambda_t) - L_b(\lambda_t, P_t))$. Como há $1-\lambda_t$ firmas de racionalidade limitada no período *t*, o número esperado de firmas deste tipo que se tornam firmas Nash em $t+1$ é dado por:

(9) $$(1-\lambda_t)\lambda_t G(-c(\lambda_t) - L_b(\lambda_t, P_t)).$$

Diferentemente das firmas de racionalidade limitada, as firmas Nash conhecem a perda média da estratégia alternativa no período *t* e, portanto, não precisam realizar comparações em pares das perdas. Assim, uma firma *i* Nash decide não pagar para atualizar seu conjunto informacional em $t+1$ se, e somente se, $L^i_{n,t} = -c(\lambda_t) + \varepsilon_i < L_b(\lambda_t, P_t)$, ou seja, caso $\varepsilon_i < L_b(\lambda_t, P_t) + c(\lambda_t)$. Seja $F : \Re \rightarrow [0,1]$ a distribuição de probabilidade acumulada da variável aleatória ε_i. Logo, a mudança de estratégia da firma *i* Nash ocorrerá com probabilidade $F(L_b(\lambda_t, P_t) + c(\lambda_t))$. Como todas as firmas Nash são potenciais revisoras de estratégia a cada período, o número de firmas deste tipo que decidem não atualizar seus conjuntos informacionais no próximo período é simplesmente:

(10) $$\lambda_t F(L_b(\lambda_t, P_t) + c(\lambda_t)).$$

A diferença entre o influxo (9) e o efluxo (10) nos dá a taxa de variação da fração de firmas Nash na economia entre t e $t+1$:

(11) $$\lambda_{t+1} - \lambda_t = \lambda_t\left[(1-\lambda_t)G(-c(\lambda_t) - L_b(\lambda_t, P_t)) - F(L_b(\lambda_t, P_t) + c(\lambda_t))\right],$$

ou mais compactamente,

(11-a) $$\lambda_{t+1} = \psi(\lambda_t, P_t),$$

onde $\psi(\lambda_t, P_t) \equiv \lambda_t\left[1 + (1-\lambda_t)G(-c(\lambda_t) - L_b(\lambda_t, P_t)) - F(L_b(\lambda_t, P_t) + c(\lambda_t))\right]$.

Usando (4) e (11-a) obtemos a equação de diferenças associada ao índice geral de preços que, juntamente com (11-a), define a transição de estado da economia:

(12) $$P_{t+1} = [P_t^{\phi(1-\psi(\lambda_t, P_t))} M_{t+1}^{1-\phi}]^{\xi(\psi(\lambda_t, P_t))}.$$

$$g(\varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{2}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2},$$

ou seja, $\varepsilon = \varepsilon_i - \varepsilon_j \sim N(0, 2\sigma^2)$.

III. Existência e estabilidade do equilíbrio evolucionário

Na análise de existência de equilíbrios e de suas propriedades de estabilidade suporemos que $M_t = M > 0$ para todo $t \in \{0,1,2,\ldots\}$. Faça $\lambda_{t+1} = \lambda_t = \lambda^*$ e $P_{t+1} = P_t = P^*$ para qualquer $t \in \{0,1,2,\ldots\}$. Logo, de (11-a), segue que $\lambda^* = \psi(\lambda^*, P^*)$. Substituindo estas identidades em (12) concluímos que $P^* = M$, que é o preço de equilíbrio de Nash simétrico do jogo de estabelecimento de preços. Por sua vez, a condição $\lambda^* = \psi(\lambda^*, M)$ é satisfeita se $\lambda^* = 0$ ou, considerando que $L_b(\lambda^*, P^*) = L_b(\lambda^*, M) = 0$ por (6-a), se:

(13) $$(1-\lambda^*)G(-c(\lambda^*)) - F(c(\lambda^*)) = 0.$$

Esta condição pode ser reescrita como $\lambda^* = 1 - \dfrac{F(c(\lambda^*))}{G(-c(\lambda^*))}$, sendo $G(-c(\lambda^*)) > 0$. Desde que $c(\lambda^*) > 0$ e $\varepsilon_i \sim N(0,\sigma^2)$, então $F(c(\lambda^*)) > 1/2$. Analogamente, como $-c(\lambda^*) < 0$ e $\varepsilon_i - \varepsilon_j \sim N(0, 2\sigma^2)$ temos $G(-c(\lambda^*)) < 1/2$. Assim, $F(c(\lambda^*)) > G(-c(\lambda^*))$ e, portanto, $\lambda^* = 1 - \dfrac{F(c(\lambda^*))}{G(-c(\lambda^*))} < 0$. Concluímos, então, que há um único equilíbrio, a saber, o equilíbrio de estratégia pura $(\lambda^*, P^*) = (0, M)$. Note que o preço que emerge neste equilíbrio é o preço de equilíbrio de Nash simétrico do jogo de estabelecimento de preços. Todavia, tal equilíbrio, embora seja idêntico aquele que seria obtido em uma economia habitada por agentes de racionalidade plena, é alcançado em um estado no qual todos os agentes são limitadamente racionais.

Cabe perguntar se a dinâmica evolucionária leva o sistema para tal equilíbrio? A resposta é afirmativa. Com efeito, considere a matriz Jacobiana da linearização em torno do equilíbrio $(\lambda^*, P^*) = (0, M)$ do sistema (11-a)-(12):

(14) $$J(0,M) = \left[\begin{array}{c|c} 1 + G(-c(0)) - F(c(0)) & 0 \\ \hline (F(c(0)) - G(-c(0)))\phi M \ln M & \phi \end{array}\right],$$

cujos autovalores são $\lambda_1 = 1 + G(-c(0)) - F(c(0))$ e $\lambda_2 = \phi$. Dado que $F(c(0)) < 1$ segue que $-F(c(0)) > -1$. Assim, desde que $G(-c(0)) > 0$, temos $G(-c(0)) - F(c(0)) > -1$. Além disso, uma vez que $G(-c(0)) < F(c(0))$, temos então que $G(-c(0)) - F(c(0)) < 0$. Portanto, $-1 < G(-c(0)) - F(c(0)) < 0$ tal que $0 < \lambda_1 = 1 + G(-c(0)) - F(c(0)) < 1$. Temos também que $0 < \lambda_2 = \phi < 1$. Segue que $(\lambda^*, P^*) = (0, M)$ é um atrator local. Enfim, o jogo de estabelecimento de preços repetido infinitamente modelado como um processo de aprendizagem social converge para um estado no qual, mesmo havendo somente firmas de racionalidade limitada, o nível geral de preços será o de equilíbrio de Nash e prevalecerá o ajustamento nominal completo. Podemos adaptar a descrição de Samuelson (1997) de situações em que embora as decisões não sejam guiadas pela racionalidade plena, mas, sim, por comportamento adaptativo, mesmo assim o equilíbrio é alcançado por meio de uma dinâmica evolucionária. Pode-se dizer que, nesse caso em que sobrevive apenas a utilização da estratégia de racionalidade limitada, o preço de equilíbrio de Nash simétrico emerge não porque as firmas são plenamente racionais, mas, sim, tais firmas é que parecem ser plenamente racionais porque um equilíbrio foi alcançado. Nas palavras do próprio Samuelson: (1997, p. 3): "*The behavior that persists in equilibrium then looks as if it is rational, even though the motivations behind it may be quite different. An equilibrium does not appear because agents are rational, but rather agents appear rational because an equilibrium has been reached*".

Considerando a matriz Jacobiana dada por (14), sabemos que em torno do equilíbrio representado por $(\lambda^*, P^*) = (0, M)$ as trajetórias das variáveis de estado definidas pelo sistema não-linear (11-a)-(12) são aproximadas por:

(15) $$\lambda_t = [1 + G(-c(0)) - F(c(0))]^t,$$

(16) $$P_t = M + \phi^t.$$

A função (15) implica que a velocidade de extinção da estratégia Nash de fixação de preços próxima ao equilíbrio em análise depende somente da distribuição das características idiossincráticas do processo de formação de preços. Por sua vez, considerando (16), a duração do ajustamento nominal incompleto depende fundamentalmente da elasticidade dos preços fixados pelas firmas com relação ao índice geral de preços observado, ou seja, do parâmetro ϕ. Quanto maior essa elasticidade maior a complementaridade estratégica e, portanto, maior a duração do impacto real de um choque monetário. Tal efeito é mostrado na Figura 1, que descreve as trajetórias do nível de preços e do produto em duas simulações. Vale notar que tanto o impacto de curto prazo como o tempo de convergência para o longo prazo independem da distribuição de estratégias. Por outro lado, nota-se que a convergência das variáveis agregadas é mais rápida do que a convergência da distribuição de estratégias. Em ambas as simulações utilizamos o seguinte conjunto de valores dos parâmetros: $\beta = 1$; $\sigma = 100$; $c_t = 0{,}1/\lambda_t$ para todo $t \in \{1,2,\ldots,15\}$; $\lambda_1 = 0{,}9$; $P_1 = P_{b,1} = M_1 = 1$; $M_t = 1{,}05$ para todo $t \in \{2,3,\ldots,15\}$. Nessas simulações o preço de equilíbrio de Nash inicial é 1 e o final é 1,05. Na simulação 1 utilizamos $\phi = 0{,}3$ e na simulação 2 estabelecemos $\phi = 0{,}7$.

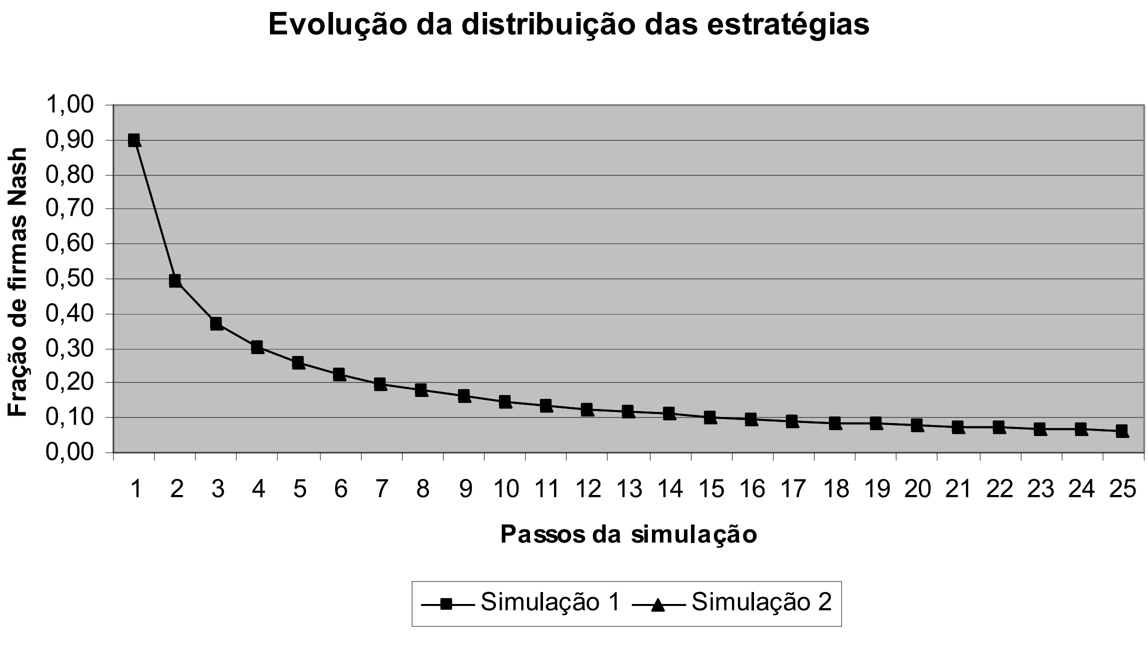

Figura 1. *Evolução da distribuição de estratégias*

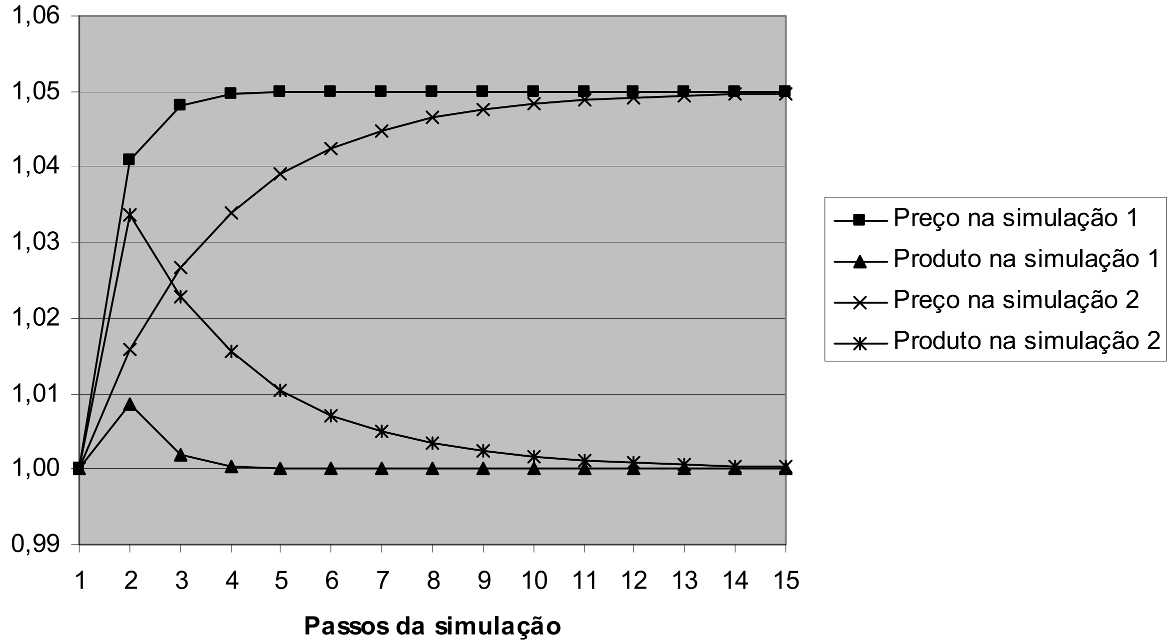

Figura 2. *Impactos de um choque monetário*

Logo, o modelo replica uma evidência empírica bastante robusta que é o padrão de resposta *hump-shaped* do produto a um choque monetário. E, como derivado na literatura correspondente (por exemplo, Ball & Romer 1991 e Bonomo, Carrasco & Moreira 2003), com uma expansão monetária, uma complementaridade estratégica mais elevada gera um maior ganho de produto para uma mesma distribuição inicial de estratégias de fixação de preço. Vale dizer, na simulação 2, na qual a complementaridade estratégica é mais elevada, a Figura 2 mostra que o salto inicial – e único – do produto é mais elevado.

IV. Considerações Finais

Existem evidências empíricas robustas de que o sistema de preços é relativamente rígido, não tendo a flexibilidade necessária para garantir o ajustamento nominal completo e imediato do nível geral de preços a um choque monetário. Interagindo com – e pretendendo contribuir para – a literatura sobre microfundamentos da fixação de preços sob condições de imperfeição informacional, racionalidade limitada e comportamento adaptativo, o artigo utiliza a abordagem de jogos evolucionários para elaborar um modelo evolucionário de uma economia com concorrência monopolística. Nela, cada firma pode escolher pagar um custo para atualizar seu conjunto informacional e fixar seu preço ótimo (estratégia Nash) ou usar, sem custo, apenas as informações do período anterior e buscar fixar um preço o mais próximo possível do ótimo (estratégia de racionalidade limitada), mas incorrendo em perdas de lucro aleatórias.

Demonstramos que a extinção da estratégia de racionalidade limitada *não* é condição necessária para a neutralidade monetária. De fato, no equilíbrio evolucionário que emerge no longo prazo, muito embora a estratégia Nash seja extinta, a moeda é neutra. Pode-se dizer que, nesse caso, o preço de equilíbrio de Nash simétrico emerge não porque as firmas são plenamente racionais, mas, sim, essas firmas é que parecem ser plenamente racionais porque um equilíbrio foi alcançado.

A velocidade de extinção da estratégia Nash depende somente da distribuição das características idiossincráticas do processo de formação de preços. Por sua vez, a duração do ajustamento nominal incompleto depende fundamentalmente da elasticidade dos preços fixados com relação ao índice geral de preços observado, ou seja, da complementaridade estratégica. Quanto mais elevada essa complementaridade, maior a intensidade e a duração do impacto real de um choque monetário. Logo, o modelo replica uma evidência empírica robusta que é o padrão de resposta *hump-shaped* do produto a um choque monetário, sendo que uma complementaridade estratégica mais elevada provoca um salto inicial – e único – do produto mais elevado.

Referências bibliográficas

Álvares, L., Dhyne, E., Hoeberichts, M., Kwapil, C., Bihan, H., Lünemann, P., Martins, F., Sabbatini, R., Stahl, H., Vermeulen, P. & Vilmunen, J. (2006) "Sticky prices in the Euro area: a summary of new micro evidence", *Journal of the European Economic Association*, 4(2-3): 574-584.

Ball, L. & Romer, D. (1989) "Are prices too sticky?" *Quarterly Journal of Economics*, 104(3): 507-524.

Ball, L. & Romer, D. (1991) "Sticky prices as coordination failure", *American Economic Review*, 81(3): 539-52.

Bils, M. & Klenow, P. (2004) "Some evidence on the importance of sticky prices", *Journal of Political Economy*, 112(5): 947-85.

Blanchard, O. & Kiyotaki, N. (1987) "Monopolistic competition and the effects of aggregate demand, *American Economic Review*, 77(4): 647-66.

Bonomo, M., Carrasco, V. & Moreira, H. (2003) "Aprendizado evolucionário, inércia inflacionária e recessão em desinflações monetárias", *Revista Brasileira de Economia*, 57(4), out/dez., pp. 663-681.

Calvo, G. (1983) "Staggered prices in a utility maximizing framework, *Journal of Monetary Economics*, 12, September, pp. 383-398.

Carroll, C. (2006) "The epidemiology of macroeconomic expectations", in L. Blume & S. Durlauf (eds) *The Economy as an Evolving Complex System, III*, Oxford: Oxford University Press.

Droste, E., Hommes, C. & Tuinstra, J. (2002) "Endogenous fluctuations under evolutionary pressure in Cournot competition", *Games and Economic Behavior*, 40(2): 232-69.

Lucas, R. E., Jr. (1973) "Some international evidence on output-inflation tradeoffs", *American Economic Review*, 63, June, pp. 326-34.

Mankiw, N. & Reis, R. (2002) "Sticky information versus sticky prices: a proposal to replace the New Keynesian Phillips curve", *Quarterly Journal of Economics*, 117(4), pp. 1295-1328.

Nakamura, E. & Steinsson, J. (2008) "Five facts about prices: a reevaluation of menu cost models", *Quarterly Journal of Economics* 123(4), pp. 1415–1464.

Samuelson, L. (1997) *Evolutionary games and equilibrium selection*, Cambridge, MA: The MIT Press.

Taylor, J. (1999) "Staggered price and wage setting in macroeconomics", in J. Taylor & M. Woodford (eds) *Handbook of Macroeconomics, Volume I*, New York: Elsevier Science, pp. 1009-1050.

Weibull, J. W. (1995) *Evolutionary game theory*, Cambridge, MA: The MIT Press.

Woodford, M. (2003) "Imperfect common knowledge and the effects of monetary policy", in P. Aghion, R. Frydman, J. Stiglitz & M. Woodford (eds) *Knowledge, Information and Expectations in Modern Macroeconomics: Essays in Honor of Edmund Phelps*, Princeton: Princeton University Press, pp. 25-58.